Modelos, Escalas e Semelhança

Paulo Jabardo

24-11-2023

INSTITUTO DE PESQUISAS TECNOLÓGICAS

Camada limite atmosférica

Como modelamos a camada limite atmosférica no túnel de vento???
Começamos com as equações da atmosfera:
Equação da quantidade de movimento:

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + 2\varepsilon_{ijk} U_k \Omega_j = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \delta P}{\partial x_i} + \frac{g}{T_0} \delta T \delta_{3i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_k \partial x_k}$$

Equação da continuidade:

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0$$

Equação da energia:

$$\frac{\partial \delta T}{\partial t} + U_k \frac{\partial \delta T}{\partial x_k} = \kappa \frac{\partial^2 \delta T}{\partial x_k \partial x_k}$$

Hipóteses

1. Atmosfera é composta de um gás ideal com composição constante
2. Os desvios de pressão, temperatura e densidade são pequenos quando comparados com a atmosfera neutra (adiabática)
3. A densidade é independente da flutuação de pressão
4. Variações de ν e κ são desprezíveis
5. A geração dew calor devido a dissipação viscosa é desprezível
6. Não existem fontes de quaisquer tipo

Adimensionalização

$$L, \qquad U_R, \qquad , \rho_R, \delta T_R, \Omega_R$$

$$x_i' = \frac{x_i}{L}, \qquad U_i' = \frac{U_i}{U_R}$$

$$t' = \frac{U_R}{L} t, \qquad \rho' = \frac{\rho_0}{\rho_R}$$

$$\delta P' = \frac{\delta P}{\rho_R U_R^2}, \qquad \delta T' = \frac{\delta T}{\delta T_R}$$

$$\Omega_k' = \frac{\Omega_k}{\Omega_R}$$

Equações adimensionais

$$\frac{\partial U_i'}{\partial t'} + U_j' \frac{\partial U_i'}{\partial x_j'} + \frac{2}{Ro} \varepsilon_{ijk} U_k' \Omega_j' = -\frac{1}{\rho'} \frac{\partial \delta P'}{\partial x_i'} + \frac{1}{Fr} \delta T' \delta_{3i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 U_i'}{\partial x_k' \partial x_k'}$$

$$\frac{\partial U_i'}{\partial x_i'} = 0$$

Equação da energia:

$$\frac{\partial \delta T'}{\partial t'} + U_k' \frac{\partial \delta T'}{\partial x_k'} = \frac{1}{Pe} \frac{\partial^2 \delta T'}{\partial x_k' \partial x_k'}$$

Parâmetros adimensionais

$$Ro \equiv \frac{U_R}{L\Omega_R}$$ Número de Rossby

$$Fr \equiv \frac{U_R}{\sqrt{gL\frac{\delta T_R}{T_0}}}$$ Froude densimétrico

$$Re \equiv \frac{U_R L}{\nu}$$ Número de Reynolds

$$Pe \equiv \frac{U_R L}{\kappa}$$ Número de Peclet

E se tivermos transporte de espécie química

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} + U_k \frac{\partial \chi}{\partial x_k} = \alpha \frac{\partial^2 \chi}{\partial x_k \partial x_k}$$

Em forma adimensional

$$\frac{\partial \chi'}{\partial t'} + U'_k \frac{\partial \chi'}{\partial x'_k} = \frac{1}{ReSc} \frac{\partial^2 \chi'}{\partial x'_k \partial x'_k}$$

onde

$$Sc \equiv \frac{\nu}{\alpha}$$

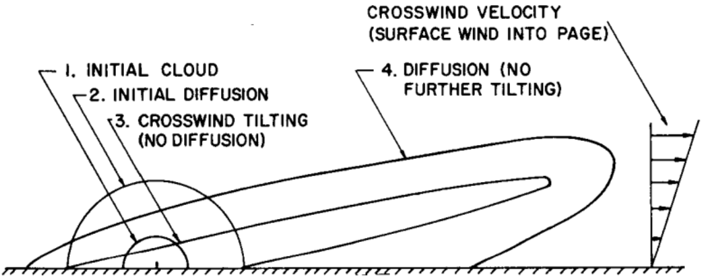
Semelhança

Gostaríamos

$$Re_m \equiv Re_p, \quad Fr_m \equiv Fr_p, \quad Ro_m = Ro_p, \quad Pe_m \equiv Pe_p, \quad Sc_m \equiv Sc_p$$

Será que conseguimos satisfazer estes parâmetros? Quase impossível, e todos só construindo um modelo em escala de 1:1 no mesmo local, etc!
Vamos analisar cada adimensional:

Número de Rossby



Rossby não é importante para escalas pequenas

Medições na atmosfera

- Domina o transporte para $L > 5\ km$
- Desprezível para $L < 1\ km$

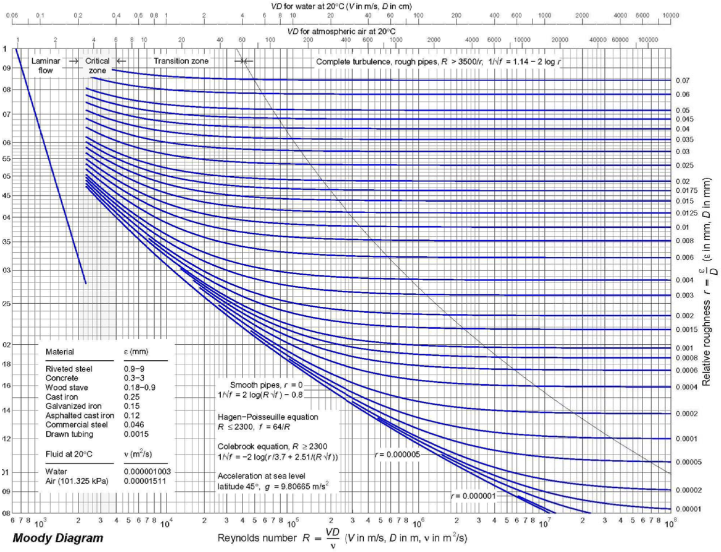
VAMOS DESPREZAR ISSO!!!

Número de Reynolds (*Re*)

$$Re_m \equiv Re_p \quad \longrightarrow \quad \frac{U_m}{U_p} = \frac{L_p}{L_m} \times \frac{\nu_m}{\nu_p} \quad \longrightarrow \quad \lambda_U = \frac{1}{\lambda_L} \quad (\lambda_\nu \approx 1)$$

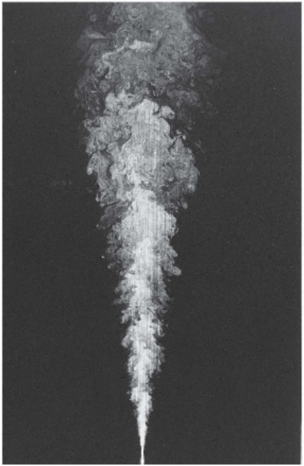
Numa escala dimensional de 1:200, temos uma escala de velocidade de 200:1. Quase impossível!
O quê fazer?

Mecânica dos fluidos: a arte de ignorar Re e ser feliz

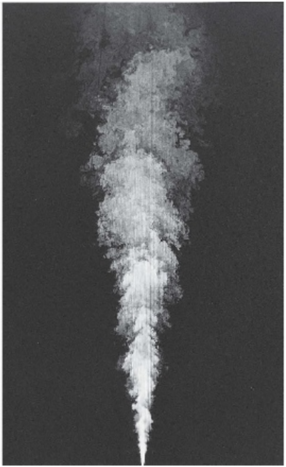


Como Re afeta o escoamento?

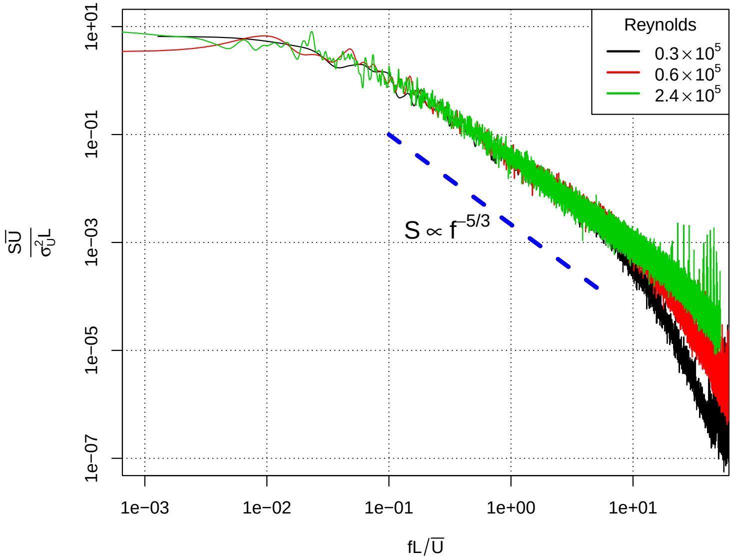
(a)



(b)



Efeito de Re no espectro



Como faremos?

- Quanto maior Re menos importante ele é!
- Temos que garantir que Re seja alto o suficiente
- Lembre-se: escoamento não sabe fazer curva
- Curvas suaves: muito cuidado!!!

Qual Reynolds?

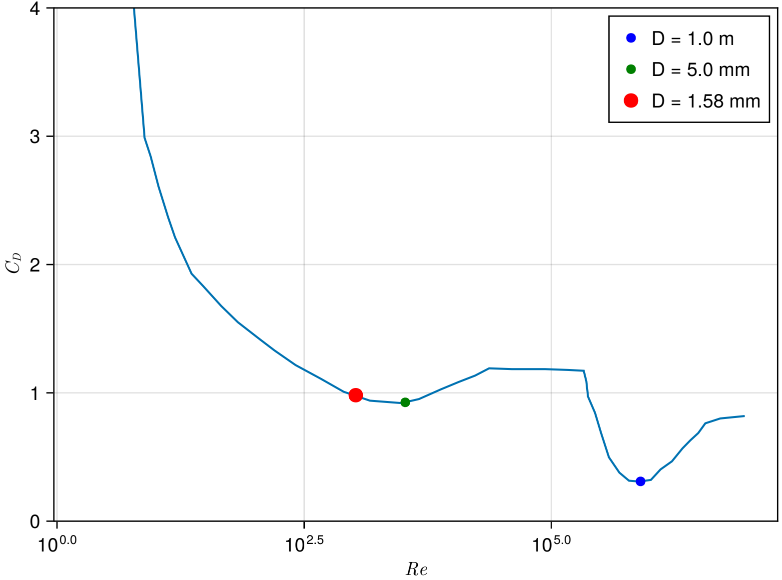
Semelhança por coeficiente de arrasto

Elementos de pequenas dimensões com escoamento dependente de Re.

- Tubos e outros elementos estruturais
- Janelas, grades, etc
- Solução: distorcer escalas

Vamos usar uma escala dimensional diferente para o diâmetro

Semelhança por coeficiente de arrasto



Froude densimétrico

Temos que reproduzir

$$Fr = \frac{U_R}{\sqrt{gL\frac{\delta T_R}{T_0}}} \qquad \text{Froude densimétrico}$$

Vamos admitir que

$$\left.\frac{\delta T_R}{T_0}\right|_m = \left.\frac{\delta T_R}{T_0}\right|_p$$

Ou seja:

$$\frac{U_{Rm}}{U_{Rp}} = \sqrt{\frac{L_m}{L_p}} \quad \longrightarrow \quad \lambda_U = \sqrt{\lambda_L}$$

O que era ruim, piorou.

Re muito baixo

- Re já era baixo agora fica minúsculo
- Vai ter problema com Re
- Se $Re_p = 1 \times 10^6$, $Re_m \approx 300$
- Escoamento dentro de chaminé é laminar
- Downwash
- Algumas possíveis soluções: contração, restrição

Mas e rugosidade, etc

Vou deixar isso para a parte de turbulência. . .